অনুশীলনী ২
ম্যাট্রিক্স

- <u>অতিসংক্ষিপ্ত প্রশ্নঃ</u>
- **১. একক বা অভেদ ম্যাট্রিক্স (Unit Matrix) কাকে বলে?**

উত্তরঃ যে বর্গকার ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণের সকল উপাদান একক এবং বাকী উপাদান শূন্য তাকে একক ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

২. শূন্য ম্যাট্রিক্স (Null Matrix) কাকে বলে?

উত্তরঃ কোন ম্যাট্রিক্সের সকল উপাদান শূন্য হলে তাকে শূন্য ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

৩. বিপরীত ম¨াট্রিক্স (Inverse Matrix) কাকে বলে?

উত্তরঃ দুটি বর্গকার ম¨াট্রিক্সের গুনফল একটি একক মেট্রিক্স হলে একটিকে অপরটির বিপরীত (Inverse Matrix) ম¨াট্রিক্স বলে।

৪.সিঙ্গুলার মেট্রিক্স কাকে বলে?

উত্তরঃ কোন বর্গাকার ম¨াট্রিক্স এর উপাদান দ্বারা গঠিত নির্নায়কের মান শূন¨ হলে ঐ ম¨াট্রিক্সকে সিঙ্গুলার ম¨াট্রিক্স বলে।

৫.সিঙ্গুলার ম¨াট্রিক্স এর দুটি বৈশিষ্ট¨ লিখ?

উত্তরঃ **(i)**যদি A একটি সিঙ্গুলার ম¨াট্রিক্স হয়, তবে $|A| = 0$ অর্থাৎ নির্ণায়কের মান শূন¨ হবে।

(ii)এটি একটি বর্গকার ম¨াট্রিক্স হবে।

৬.অনুবন্ধী ম¨াট্রিক্স (**Adjoint Matrix**) কাকে বলে?

উত্তরঃ একটি বর্গকার ম¨াট্রিক্সের উপাদানের সহগুনক দ্বারা গঠিত ম¨াট্রিক্সর পার্শ্বচর ম¨াট্রিক্সকে অনুবন্ধী ম¨াট্রিক্স (Adjoint Matrix) বলে।

৭.পার্শ্বচর ম¨াট্রিক্স (Transpose Matrix) কাকে বলে?

উত্তরঃ কোন ম¨াট্রিক্সের সারিকে কলামে এবং কলামকে সারিতে বদল করে যে ম¨াট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে পার্শ্বচর ম¨াট্রিক্স বলে।

৮.প্রতিসম ম¨াট্রিক্স (Symmetrix Matrix) কাকে বলে?

উত্তরঃ যদি কোন বর্গকার ম¨াট্রিক্স তার পার্শ্বচর ম¨াট্রিক্সের সমান হয় তবে তাকে প্রতিসম ম¨াট্রিক্স বলে।

৯.ম¨াট্রিক্স এর মানাঙ্ক (Rank of Matrix) কাকে বলে?

উত্তরঃ কোন ম¨াট্রিক্সের সর্ববৃহৎ অশূন¨ক বর্গ অনুরাশি নির্ণায়কের ক্রমকে ঐ ম¨াট্রিক্সের মানাঙ্ক বলে।

১০. $\begin{bmatrix} \mathbf{3} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{9} \end{bmatrix}$ **এর অর্ডার বা মাত্রা কত?**

উত্তরঃ $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$ এর অর্ডার বা মাত্রা $= 3 \times 1$

১১.$\begin{bmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4}\end{bmatrix}$ **এর অর্ডার বা মাত্রা কত?**

উত্তরঃ$\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\end{bmatrix}$ এর অর্ডার বা মাত্রা $= 1 \times 3$

১২.$\begin{bmatrix}1 & 4\\2 & 5\\3 & 6\end{bmatrix}$এর **পার্শ্বচর ম্যাট্রিক্স (Transpose Matrix) লিখ।**

উত্তরঃ$\begin{bmatrix}1 & 4\\2 & 5\\3 & 6\end{bmatrix}$এর পার্শ্বচর ম্যাট্রিক্স (Transpose Matrix) $=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{bmatrix}$ **(Ans)**

১৩.$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}\mathbf{p} & \mathbf{2} & \mathbf{3}\\\mathbf{p} & \mathbf{x-2} & \mathbf{6}\end{bmatrix}$ **এবং** $\mathbf{B} = \begin{bmatrix}\mathbf{p} & \mathbf{2} & \mathbf{y+1}\\\mathbf{p} & \mathbf{3} & \mathbf{6}\end{bmatrix}$**এবং** $\mathbf{A = B}$ **হয়, তবে** $\mathbf{x}$ **ও** $\mathbf{y}$ **এর মান কত?**

সমাধানঃ যেহেতু ,$A = B$ সেহেতু এদের অনুরূপ উপাদানগুলো পরস্পর সমান হবে।

অতএব, $x - 2 = 3$ এবং $y + 1 = 3$

$\therefore x = 5 \qquad \therefore y = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান ঃ $(x, y) = (5,1)$

১৪. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ এবং $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ এর মান কত?

সমাধানঃ $\mathrm{A} \times \mathrm{B} = \mathrm{AB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1.1 + 0.2 + 1(-1) & 1.1 + 0(-1) + 1.2 \\ 4.1 + 1.2 + 0(-1) & 4.1 + 1(-1) + 0.2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + 0 - 1 & 1 + 0 + 2 \\ 4 + 2 + 0 & 4 - 1 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$ **(Ans)**

১৫. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ এবং $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{bmatrix}$ হয়, তবে $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ এর মান কত?

সমাধানঃ $\mathrm{A} \times \mathrm{B} = \mathrm{AB} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.1 + 7.2 \\ 1.1 + (-1)2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 + 14 \\ 1 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ -1 \end{bmatrix}$ **(Ans)**

সংক্ষিপ্ত ও রচনামূলক প্রশ্নঃ

১. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ এবং $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $\mathbf{A} + \mathbf{B}, \mathbf{A} - \mathbf{B}$ এবং $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ এর মান কত?

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

এখন, $A + B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+1 & 3+3 & 4+0 \\ 1-1 & 2+2 & 3+1 \\ -1+0 & 1+0 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 0 & 4 & 4 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ **(Ans)**

আবার, $A - B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-1 & 3-3 & 4-0 \\ 1+1 & 2-2 & 3-1 \\ -1-0 & 1-0 & 2-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ **(Ans)**

আবার, $A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2.1 + 3(-1) + 4.0 & 2.3 + 3.2 + 4.0 & 2.0 + 3.1 + 4.2 \\ 1.1 + 2(-1) + 3.0 & 1.3 + 2.2 + 3.0 & 1.0 + 2.1 + 3.2 \\ -1.1 + 1(-1) + 2.0 & -1.3 + 1.2 + 2.0 & -1.0 + 1.1 + 2.2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 - 3 & 6 + 6 & 3 + 8 \\ 1 - 2 & 3 + 4 & 2 + 6 \\ -1 - 1 & -3 + 2 & 1 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 12 & 11 \\ -1 & 7 & 8 \\ -2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$ **(Ans)**

২. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $\mathbf{A}$ এর অনুবন্ধী এবং বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

এখন, $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 1(9 - 16) - 2(3 - 4) + 3(4 - 3) = -7 + 2 + 3 = -2$

A এর উপাদানগুলোর সহগুনকগুলো-

$A_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 16 = -7$

$A_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -(3 - 4) = 1$

$A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 3 = 1$

$A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -(6 - 12) = 6$

$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 3 = 0$

$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -(4 - 2) = -2$

$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 9 = -1$

$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -(4 - 3) = -1$

$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1$

এখন A এর উপাদানগুলোর সহগুনক দিয়ে গঠিত ম্যাট্রিক্স- $B = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 1 \\ 6 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore$ অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স $\mathrm{Adj}A = B^{T} = \begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ (**Ans**)

আমরা জানি, বিপরীত ম্যাট্রিক্স $A^{-1} = \frac{\mathrm{Adj}A}{|A|} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ (**Ans**)

৩. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $\mathbf{A}$ এর অনুবন্ধী এবং বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ এখন, $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1(1-0) - 0 + 2(4-3)$

$= 1 - 0 + 2 = 3$

A এর উপাদানগুলোর সহগুনকগুলো-

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -(2-0) = -2$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 3 = 1$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(0-4) = 4$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 6 = -5$$

$$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -(2-0) = -2$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 2 = -2$$

$$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -(0-4) = 4$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1$$

এখন A এর উপাদানগুলোর সহগুনক দিয়ে গঠিত ম্যাট্রিক্স-

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -5 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স $AdjA = B^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -2 & -5 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **(Ans)**

আমরা জানি, বিপরীত ম্যাট্রিক্স $A^{-1} = \frac{AdjA}{|A|} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -2 & -5 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **(Ans)**

৪. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ হয়, তবে **A** এর পার্শ্বচর, অনুবন্ধী এবং বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$, **A** এরপার্শ্বচর ম্যাট্রিক্স, $\mathbf{A^T} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix}$ **(Ans)**

এখন, $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix} = 1(18 - 12) - 1(18 - 3) + 1(8 - 2) = 6 - 15 + 6 = -3$

A এর উপাদানগুলোর সহগুনকগুলো-

$A_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 12 = 6$

$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = -(18 - 3) = -15$

$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 2 = 6$

$A_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = -(9 - 4) = -5$

$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 9 - 1 = 8$

$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -(4 - 1) = -3$

$A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1$

$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(3 - 2) = -1$

$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0$

এখন A এর উপাদানগুলোর সহগুনক দিয়ে গঠিত ম্যাট্রিক্স- $B = \begin{bmatrix} 6 & -15 & 6 \\ -5 & 8 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore$ অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স $\text{Adj}A = B^T = \begin{bmatrix} 6 & -5 & 1 \\ -15 & 8 & -1 \\ 6 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ (**Ans**)

আমরা জানি, বিপরীত ম্যাট্রিক্স $A^{-1} = \frac{\text{Adj}A}{|A|} = \frac{1}{-3}\begin{bmatrix} 6 & -5 & 1 \\ -15 & 8 & -1 \\ 6 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ (**Ans**)

৫. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{8} \end{bmatrix}$ ম্যাটিক্সটির মানাঙ্ক বা মাত্রা (**Rank**) নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$

এখন, $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \end{vmatrix} = 1(16-20) - 2(8-10) + 3(4-4) = 1(-4) - 2(-2) + 0 = -4 + 4 = 0$

যেহেতু, $|A| = 0$ সুতরাং A ম্যাটিক্সটির মানাঙ্ক বা মাত্রা (Rank) $\neq 3$ অর্থাৎ 3 এর চেয়ে ছোট হবে।

এখন, 2×2 অর্ডারের নির্ণায়ক নিয়ে পাই,

$A_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 16 - 20 = -4$

যেহেতু, 2×2 অর্ডারের নির্ণায়কের মান $= -4 \neq 0$ (অশূন্য),

সুতরাং A ম্যাটিক্সটির মানাঙ্ক বা মাত্রা (Rank) =2 **(Ans)**

০৬. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \end{bmatrix}$ ম্যাটিক্সটির মানাঙ্ক বা মাত্রা (**Rank**) নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

এখন, A এর উপাদান দ্বারা গঠিত 3×3 অর্ডারের নির্ণায়ক -

এখন, $|A_1| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 1(12-15) - 2(8-5) + 3(6-3) = -3 - 6 + 9 = 0$

আবার, $|A_2| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 1(15-3) - 2(10-1) + 2(6-3) = 12 - 18 + 6 = 0$

আবার, $|A_3| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 1(25-4) - 3(10-1) + 2(8-5) = 21 - 27 + 6 = 0$

আবার, $|A_4| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 2(25-4) - 3(15-3) + 2(12-15) = 42 - 36 - 6 = 0$

যেহেতু,3×3 অর্ডারের সকল নির্ণায়ক মান শূন্য সুতরাং A ম্যাট্রিক্সটির মানাঙ্ক বা মাত্রা (Rank) $\neq 3$ অর্থাৎ 3 এর চেয়ে ছোট হবে।

এখন, 2×2 অর্ডারের নির্ণায়ক নিতে হবে, $\therefore\ |A_1| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 4 = -1$

যেহেতু, 2×2 অর্ডারের নির্ণায়কের মান $= -1 \neq 0$ (অশূন্য), সুতরাং A ম্যাট্রিক্সটির মানাঙ্ক বা মাত্রা (Rank) =2 **(Ans)**

০৭.ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সমাধান নির্নয় কর।

x+y+z = 6

5x-y+2z = 9

3x+6y−5z = 0

সমাধানঃ ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে প্রদত্ত সমীকরন তিনটিকে লেখা যায়, AX=L $\therefore$ $X=A^{-1}L$…………(i)

যেখানে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 3 & 6 & -5 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix}$

এখন,$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 3 & 6 & -5 \end{vmatrix} = 1(5 - 12) - 1(-25 - 6) + 1(30 + 3) = -7 + 31 + 33 = 57$

A এর উপাদানগুলোর সহগুনকগুলো-

$A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 6 & -5 \end{vmatrix} = 5 - 12 = -7$

$A_{12} = -\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -(-25 - 6) = 31$

$A_{13} = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 30 + 3 = 33$

$A_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 6 & -5 \end{vmatrix} = -(-5 - 6) = 11$

$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -5 - 3 = -8$

$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = -(6 - 3) = -3$

$A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 1 = 3$

$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -(2 - 5) = 3$

$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 5 = -6$

এখন A এর উপাদানগুলোর সহগুনক দিয়ে গঠিত ম্যাট্রিক্স- $B = \begin{bmatrix} -7 & 31 & 33 \\ 11 & -8 & -3 \\ 3 & 3 & -6 \end{bmatrix}$

$$\therefore \ \mathrm{Adj}A = B^T = \begin{bmatrix} -7 & 11 & 3 \\ 31 & -8 & 3 \\ 33 & -3 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{\mathrm{Adj}A}{|A|} = \frac{1}{57}\begin{bmatrix} -7 & 11 & 3 \\ 31 & -8 & 3 \\ 33 & -3 & -6 \end{bmatrix}$$

(i)নং সমীকরন হইতে পাই, $X = A^{-1}L$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{57}\begin{bmatrix} -7 & 11 & 3 \\ 31 & -8 & 3 \\ 33 & -3 & -6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{57}\begin{bmatrix} -42 + 99 + 0 \\ 186 - 72 + 0 \\ 198 - 27 + 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{57}\begin{bmatrix} 57 \\ 114 \\ 171 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ নির্নেয় সমাধানঃ **x = 1, y = 2, z = 3**